

Zadania na etap szkolny

XXII Konkurs Matematyczny Euklides 2023

1. Wyznacz a , $a \in \mathbb{R}$ wiedząc, że wartość wyrażenia $\frac{\frac{6}{4}a : 1\frac{1}{2} + 8a}{\left(6\frac{1}{2} - 5\frac{3}{5}\right) : \frac{3}{5}} - \frac{4}{3}a$ jest równa $18\frac{2}{3}$.
2. Cenę towaru dwukrotnie obniżono o 30%. Następnie cenę tego towaru dwukrotnie podwyższono również za każdym razem o 30%. Gdyby otrzymana cenę końcową podnieść jeszcze o $x\%$, to towar sprzedany byłby po cenie początkowej, sprzed obniżki. Wyznacz x .
3. Wykaż, że liczba $2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{96}$ jest podzielna przez 15.
4. Spodek wysokości opuszczonej z wierzchołka kąta prostego trójkąta prostokątnego ma długość 24 cm i leży w odległości 7 cm od środka okręgu opisanego na tym trójkącie. Oblicz obwód tego trójkąta.
5. Dana jest funkcja $y = -3x - 3$. Na wykresie tej funkcji znajdź taki punkt P, aby iloczyn jego współrzędnych był możliwie największy.
6. Na odcinku 290 km pociąg Pendolino osiągnął czas przejazdu o 50 minut krótszy od pociągu Intercity. Średnia prędkość pociągu Intercity była o 29 km/h mniejsza od średniej prędkości pociągu Pendolino. Z jaką średnią prędkością poruszały się pociągi na danej trasie?
7. W roku 2014 zapytano Panią Stasię, ile ma lat. Odpowiedziała, że jeśli swój wiek sprzed 43 lat pomnożę przez swój wiek za dwa lata, to otrzymam rok mojego urodzenia. W którym roku urodziła się Pani Stasia?
8. Najmniejsza wspólna wielokrotność dwóch liczb jest równa 432, a ich największy wspólny dzielnik tych liczb wynosi 24. Znajdź te liczby. Rozważ wszystkie możliwości.
9. Dany jest czworokąt ABCD, w którym AB jest równoległy do CD. Na boku BC wybrano punkt P taki, że $|PC| = |CD|$, oraz $|PB| = |AB|$. Udowodnij, że kąt APD jest prosty.
10. Wierzchołkami trójkąta ABC są punkty $A = (4, 1)$, $B = (7, 5)$, $C = (0, 4)$. Sprawdź, ile osi symetrii posiada ten trójkąt, wyznacz ich równania.