



XVIII KONKURS MATEMATYCZNY „EUKLIDES”

Zadania na etap szkolny

Uwaga! Nie upubliczniać przed 10 grudnia 2016 r.:

1. Oblicz wartość wyrażenia: $\left(\frac{(\sqrt{2}+1)^2 - (\sqrt{2}-1)^2}{2\sqrt{2}}\right)^{-10}$
2. Wykaż, że liczba $k = \frac{\sqrt[3]{16} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)^{-1} \cdot 64^{-2}}{\left(\frac{1}{\sqrt[4]{4}}\right)^8}$ jest wymierna.
3. Dany jest trapez równoramienny o podstawach długości 6 cm i 10 cm. Przekątna trapezu zawiera się w dwusiecznej kąta ostrego trapezu. Oblicz długość przekątnej i pole tego trapezu.
4. Wyznacz resztę z dzielenia sumy kwadratów czterech kolejnych liczb parzystych przez 16.
5. Dane są funkcje f i g: funkcja f przyjmuje wartości dodatnie dla $x > -2$ i do jej wykresu należy punkt P = (2, 8). Miejscem zerowym funkcji g jest liczba 4, a, jej wykres przecina oś rzędnych w punkcie Q = (0, 2). Zbadaj, czy wykresy funkcji f i g są prostopadłe.
6. W kwadracie o boku długości 10 cm ścięto naroża tak, że powstał ośmiokąt o równych bokach. Oblicz długość boku otrzymanego ośmiokąta i jego pole.
7. Kasia przygotowała napój z sokiem pomarańczowym o stężeniu 10%. Po wypiciu pół litra napoju dołączyła pół litra wody i otrzymała napój o stężeniu 8,75%. Ile litrów soku i ile litrów wody użyła Kasia na początku do sporządzenia napoju?
8. Punkty A = (5, -2) i B = (17, 2) są wierzchołkami trójkąta prostokątnego o ABC o kącie prostym przy wierzchołku A. Wierzchołek C należy do prostej o równaniu $y = 2x + 3$. Wyznacz współrzędne punktu C.
9. Trzy lata temu iloczyn wieku ojca i syna był równy 63. Za dwanaście lat ojciec będzie dwa razy starszy od syna. Za ile lat ojciec będzie trzy razy starszy od syna.
10. Dana jest funkcja $f(x) = ax^2 + bx + 16$, której miejscami zerowymi są liczby 2 i 4.
 - a) Wyznacz współczynniki a i b.
 - b) Podaj równanie osi symetrii wykresu funkcji f.
 - c) Podaj wzór funkcji g, której wykres jest symetryczny do wykresu funkcji f względem osi rzędnych.

Uwaga:

- 1. Komisja wybiera 5 spośród 10 zadań przesłanych do przeprowadzenia etapu.
- 2. Rozwiązując zadania można korzystać z kalkulatorów (oprócz funkcyjnych), nie można korzystać z tablic.
- 3. Czas rozwiązywania zadań wynosi 120 minut, od momentu ich przekazania.
- 4. **Za każde zadanie można otrzymać od 0 do 6 punktów.**
- 5. Uczniowie, którzy uzyskają powyżej 16 punktów kwalifikują się do etapu rejonowego.

Za komisję główną
Robert Jaskółka