

## XII KONKURS MATEMATYCZNY „EUKLIDES”

### Zadania finał

- Zad. 1.** Funkcje liniowe  $f$  i  $g$  określone wzorami:  $f(x) = (m + 3)x - 1$  i  $g(x) = 4x + m - 1$  mają to samo miejsce zerowe. Wyznacz równania funkcji  $f$  i  $g$ . Dla jakich argumentów funkcja  $f$  przyjmuje wartości nie mniejsze niż funkcja  $g$ .
- Zad. 2.** Pusty basen można napełnić wodą z dwóch kranów. Jeśli otworzymy pierwszy kran na 5 godzin, następnie zamkniemy go i otworzymy drugi kran na 10 godzin, to basen napełni się w 35%. Jeśli natomiast otworzymy jednocześnie dwa krany, to basen zostanie napełniony całkowicie w ciągu  $22\frac{2}{9}$  godziny. Ile czasu potrzeba do napełnienia całego basenu za pomocą każdego kranu oddzielnie?
- Zad. 3.** Dane są punkty  $A = (-1; -1)$  i  $B = (3; 1)$ . Napisz równanie okręgu przechodzącego przez punkty  $A$  i  $B$  wiedząc, że jego środek należy do prostej o równaniu  $3x - y + 12 = 0$ .
- Zad. 4.** Wykaż, że długość przekątnej kwadratu o boku długości  $(\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} - \sqrt{11 - 6\sqrt{2}})$  jest liczbą naturalną. Oblicz pole tego kwadratu.
- Zad. 5.** Liczby  $3x + 15$ ,  $12$ ,  $27x - 1$  są odpowiednio pierwszym, trzecim i piątym wyrazem ciągu arytmetycznego. Wyznacz  $x$ . Następnie oblicz sumę wyrazów od 15 do 35 włącznie.