



## XX KONKURS MATEMATYCZNY „EUKLIDES”

### Zadania na etap szkolny

**Uwaga! Nie upubliczniać przed 10 grudnia 2019 r.:**

**Zad.1.** Uczeń przeczytał książkę w ciągu trzech dni. W pierwszym dniu przeczytał 25% całej książki.

W drugim dniu przeczytał  $\frac{5}{11}$  reszty i 20 stron. W trzecim dniu 70 stron. Ile stron ma ta książka?

**Zad.2.** Jeśli liczbę dwucyfrową podzielimy przez sumę jej cyfr, to otrzymamy 6 i resztę 3. Jeśli podzielimy tę liczbę przez sumę cyfr powiększoną o 2, to otrzymamy 5 i resztę 5. Jaka to liczba?

**Zad.3.** Wykaż, że:

a) jeśli liczba  $x$  przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3, to kwadrat liczby  $x$  powiększony o 1 jest podzielny przez 5.

b) liczba  $5^{16} - 2^{16}$  jest podzielna przez 29.

**Zad.4.** Dane są liczby  $x = \frac{3^{11} + 27^4}{4 \cdot 9^4}$  oraz  $y = \sqrt{\sqrt{4\sqrt{81}} + \sqrt{25\sqrt{16}} + \sqrt[3]{64}}$ .

która z liczb  $2x^{-1}$  i  $y^{-2}$  jest większa i o ile?

**Zad.5.** Wykaż, że

a)  $x^4 + \frac{1}{x^4} = 14$  wiedząc, że  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 4$

b) jeśli  $x^2 + y^2 = 7$  oraz  $xy = 1$  i  $x < 0$ , to  $x + y = -3$

**Zad.6.** Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 - 12x + 9}}{4x^2 - 9}$ . Wyznacz dziedzinę i miejsca zerowe funkcji  $f$ .

**Zad.7.** Napisz wzór funkcji w postaci ogólnej i kanonicznej, jeśli wiadomo, że przyjmuje ona wartości ujemne wtedy i tylko wtedy, gdy  $x \in (-6, -2)$ , zaś największą wartością tej funkcji jest 4.

**Zad.8.** Naszczuj wykres funkcji  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & \text{dla } x \in (-\infty, 3) \\ 2x - 9 & \text{dla } x \in [3, \infty) \end{cases}$  i na jego podstawie

a) wyznacz maksymalne przedziały, w których funkcja  $f$  jest rosnąca

b) podaj miejsca zerowe funkcji  $f$

c) odczytaj zbiór argumentów, w którym funkcja osiąga wartości nieujemne.

**Zad.9.** Obwód trapezu równoramiennego jest równy 134 cm. Wysokość trapezu wynosi 30 cm,

a ramię jest dwa razy dłuższe od krótszej podstawy. Oblicz długości boków tego trapezu.

**Zad.10.** Pole koła opisanego na trójkącie równobocznym jest o  $16\pi$  większe od pola koła wpisanego

w ten trójkąt. Oblicz obwód trójkąta.

### Uwaga:

- Komisja wybiera 5 spośród 10 zadań przesłanych do przeprowadzenia etapu.
- Rozwiązując zadania można korzystać z kalkulatorów (oprócz funkcyjnych), nie można korzystać z tablic.
- Czas rozwiązywania zadań wynosi 120 minut, od momentu ich przekazania.
- **Za każde zadanie można otrzymać od 0 do 6 punktów.**
- Uczniowie, którzy uzyskają powyżej 16 punktów kwalifikują się do etapu rejonowego.

Za komisję główną  
*Robert Jęsek*