

XIX Konkurs Matematyczny Euklides

Zadania - finał

1. Oblicz wartość wyrażenia: $\sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot (3 + \sqrt{5})(\sqrt{10} - \sqrt{2})$.
2. Wykaż, że dla dowolnych ujemnych liczb rzeczywistych x i y takich, że $x^2 + y^2 = 1$, prawdziwa jest nierówność $x + y \geq -\sqrt{2}$.
3. Dany jest trójkąt ABC , w którym $A = (-2; -2)$ i $B = (2; 1)$. Wierzchołek C leży na prostej k o równaniu $2x - y - 3 = 0$. Oblicz współrzędne wierzchołka C , dla którego suma kwadratów długości boków trójkąta jest najmniejsza.
4. Ciąg (b_n) jest arytmetyczny i $S_{60} - S_{39} = 105$, gdzie S_n oznacza sumę n początkowych wyrazów tego ciągu. Oblicz x , wiedząc, że liczby $1, (b_{47} + b_{53})x, 5x + b_{50}$ tworzą rosnący ciąg geometryczny.
5. Dany jest trapez wpisany w okrąg o promieniu 5. Dłuższa podstawa trapezu jest średnicą okręgu. Sinus kąta ostrego trapezu jest równy 0,8. Oblicz obwód trapezu.