

XVI KONKURS MATEMATYCZNY „EUKLIDES”

Zadania na etap szkolny

Zad.1. W hurtowni jest 3200 telewizorów, z których 3% ma pewne usterki. Ile wadliwych telewizorów należy usunąć, aby w hurtowni pozostało mniej niż 1% odbiorników z usterkami.

Zad.2. Wiedząc, że $a^2 + \frac{1}{a^2} = 5$ wykaż, że $a^4 + \frac{1}{a^4} = 23$.

Zad.3. Wyznacz wszystkie wartości m ($m \in \mathbb{R}$), tak aby część wspólna przedziałów $(-\infty, -3m + 8)$ oraz $(2 - m, \infty)$ była przedziałem. Dla największej całkowitej wartości m o tej własności podaj część wspólną przedziałów.

Zad.4. Udowodnij, że kwadrat liczby niepodzielnej przez trzy przy dzieleniu przez trzy daje resztę 1.

Zad.5. Rozwiąż nierówność $(x - 2\sqrt{3})^2 \leq x(x - 4)$. Wyznacz najmniejszą liczbę całkowitą spełniającą tę nierówność.

Zad.6. Narysuj wykresy funkcji $g(x) = f(x) - 2$ oraz $h(x) = f(x - 3)$ jeśli

$$f(x) = \begin{cases} 2, & \text{dla } x \in (-\infty, -2) \\ -x, & \text{dla } x \in [-2, \infty) \end{cases}$$

Zad.7. Wyznacz wszystkie wartości m dla których wykres funkcji $f(x) = (2m + 8)x + 6 - m$ przechodzi przez I, II, III ćwiartkę układu współrzędnych.

Zad.8. Ustal współczynniki trójmianu kwadratowego $f(x) = ax^2 + bx + c$, wiedząc, że jego miejsca zerowe są równe 2 i 3 oraz $f(0) = 12$.

Zad.9. Przekątna prostokąta ma długość 85. Powiększając każdy bok o 2 zwiększamy pole prostokąta o 230. Oblicz długości boków tego prostokąta.

Zad. 10. W trójkącie ABC bok AC ma długość 9cm, bok BC ma długość 7cm. Punkt D jest środkiem boku AB . Długość odcinka CD jest równa 7cm. Oblicz długość odcinka AB .