

XIV KONKURS MATEMATYCZNY „EUKLIDES”

Zad.1. Wykaż, że jeśli f jest funkcją liniową, to dla dowolnych argumentów x_1 oraz x_2 zachodzi równość:

$$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) = \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$$

Zad.2. Oblicz długości boków prostokąta, którego pole jest równe 36cm^2 , a obwód 40cm .

Zad.3. Suma odwrotności pewnej liczby x i odwrotności liczby o 1 większej od x jest równa 1. Jaka to liczba?

Zad.4. Dochody pana Marcina i pana Adama są w stosunku 4:3, a ich wydatki w stosunku 7:5. Każdy z nich w ciągu roku zaoszczędził po 3000zł. Oblicz dochody pana Marcina i pana Adama.

Zad.5. Wykaż, że odwrotność wyrażenia $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}} - \sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^2$ jest liczbą wymierną.

Zad.6. Rozwiąż równanie: $\frac{2-\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-x} + 2\sqrt{2} = 6$. Rozwiązanie przedstaw w najprostszej postaci.

Zad.7. Prosta o równaniu $y = -\frac{1}{2}x + 4$ przecina osie układu współrzędnych w punktach A i B. Oblicz obwód trójkąta ABO, gdzie O jest początkiem układu współrzędnych. Napisz równanie prostej zawierającej środkową poprowadzoną z wierzchołka kąta prostego.

Zad.8. O funkcji kwadratowej f wiadomo, że w przedziale $\langle -2, 6 \rangle$ przyjmuje wartości nieujemne oraz, że dla $x = -1$ przyjmuje wartość 14. Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji f w przedziale $\langle 1, 4 \rangle$.

Zad.9. Sprawdź, czy istnieje $m \in \mathbb{R}$, dla których wielomiany: $W(x) = (x-4)^3 - (x+3)^2$ oraz $Q(x) = (x-m)^2(x-2)$ są równe.

Zad.10. Z 1 litra mleka o zawartości tłuszczu 3,6% uzyskano 100ml śmietany o zawartości 22% tłuszczu. Ile % tłuszczu zawiera pozostałe mleko? Wynik podaj z dokładnością do dziesiątych części procentów.